MITTLERER SCHULABSCHLUSS AN DER MITTELSCHULE 2015

MATHEMATIK

24. Juni 2015
8:30 Uhr – 11:00 Uhr

Platzziffer (ggf. Name/Klasse): ______________________________

Die Benutzung von für den Gebrauch an der Mittelschule zugelassenen **Formelsammlungen** bzw. **Taschenrechnern** ist während der gesamten Prüfung **erlaubt** (vgl. KMS vom 12.02.2014 Nr. IV.2 – S 7500 – 4. 4272).

Ergebnisse können nur dann bewertet werden, wenn sowohl der **Lösungsweg** als auch die **Teilergebnisse** aus dem Lösungsblatt ersichtlich sind und sich das Ergebnis daraus ableiten lässt.

Jeder Prüfling muss **die eine** vom Prüfungsausschuss ausgewählte **Aufgabengruppe** bearbeiten.

Gesamtbewertung		Erst-korrektur	Zweit-korrektur
Aufgabengruppe I oder II	45 Punkte		

Note

Notenstufen	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Punkte	45 – 38	37,5 – 31	30,5 – 23	22,5 – 15	14,5 – 7	6,5 – 0

Erstkorrektur: ______________________________
(Datum, Unterschrift)

Zweitkorrektur: ______________________________
(Datum, Unterschrift)

Bemerkung: ______________________________

Aufgabengruppe I

Punkte

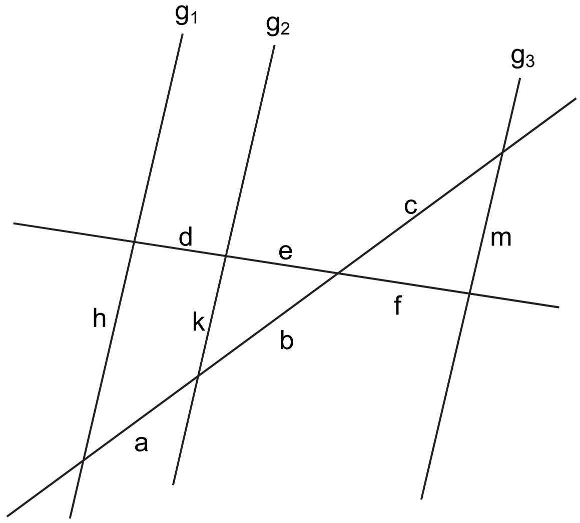
1. Gegeben ist die Gerade g_1 mit der Funktionsgleichung $y = 0{,}5x + 1$.
   a) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts A von g_1 mit der x-Achse.
   b) Die Gerade g_2 verläuft durch den Punkt P (1 | 3) und ist parallel zu g_1. Bestimmen Sie die Gleichung von g_2 rechnerisch.
   c) Die Gerade g_3 verläuft durch den Punkt Q (2 | 4) und schneidet g_1 senkrecht. Ermitteln Sie die Gleichung von g_3 rechnerisch.
   d) Zeichnen Sie die Geraden g_1, g_2 und g_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
   e) Die Gerade g_1 schneidet die Gerade g_4: $y = -1{,}5x + 7$. Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts T.
   f) Auf der Geraden g_5 liegen die Punkte B (–4 | 2) und C (0,5 | –7). Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_5 rechnerisch.
   g) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels α, den die Gerade g_1 mit der x-Achse einschließt. 9

2. Für die folgende Skizze gilt: g_1, g_2 und g_3 sind zueinander parallel. Schreiben Sie die folgenden Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt und ersetzen Sie die Platzhalter [ ] so, dass die Streckenverhältnisse richtig wiedergegeben werden.

   a) $\dfrac{d + e}{h} = \dfrac{e}{[\ \ ]}$

   b) $\dfrac{a}{[\ \ ]} = \dfrac{[\ \ ]}{e}$

   c) $\dfrac{m}{h} = \dfrac{c}{[\ \ ]}$ 3



3. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und ermitteln Sie die Lösungsmenge rechnerisch.

$$\frac{4x}{3x + 7} + \frac{4}{6 + 2x} = 1 - \frac{x}{3x + 7}$$

4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Mobilfunkanbieter A hatte vor drei Jahren 1 600 000 Kunden und wollte seine Kundenzahl jährlich um 5 % erhöhen.

   a) Berechnen Sie, wie viele Kunden der Anbieter in diesem Fall heute hätte.

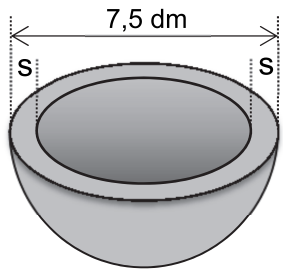
   b) Tatsächlich stieg die Zahl der Kunden nur im ersten Jahr um 5 %. In den folgenden zwei Jahren nahm die Zahl sogar um jährlich 1 % ab. Berechnen Sie die Zahl der Kunden nach diesen 3 Jahren.

   c) Bei Mobilfunkanbieter B wächst die Zahl der Kunden jährlich um 6 %. Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren sich bei gleichbleibendem Wachstum die Zahl der Kunden verdoppeln wird.

   d) Ermitteln Sie rechnerisch, wie hoch das durchschnittliche jährliche Wachstum bei Mobilfunkanbieter B sein müsste, um die Zahl von 800 000 Kunden in drei Jahren auf 1 Million zu erhöhen. 5

5. Aus einem Stück Bronze mit einer Masse von 181,7 kg wird ein halbkugelförmiges Becken mit einem Außendurchmesser von 7,5 dm gegossen (siehe Skizze). 1 dm^3 Bronze wiegt 8,8 kg.

   Berechnen Sie die Wandstärke s des Beckens.



Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

4

6. Die nach unten geöffnete Normalparabel p_1 hat den Scheitelpunkt S_1 (0,5 | 4).

   a) Ermitteln Sie rechnerisch die Normalform der Parabel p_1.

   b) Die Parabel p_2: $y = -x^2 + 4x + 5$ schneidet die x-Achse in den Punkten N_1 und N_2. Berechnen Sie die Koordinaten dieser beiden Nullstellen.

   c) Ermitteln Sie rechnerisch den Scheitelpunkt S_2 von p_2.

   d) Die Gerade g: $y = 2x - 3$ schneidet die Parabel p_2 in den Punkten P und Q. Berechnen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte.

   e) Zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.

   f) Geben Sie die Scheitelpunktform einer beliebigen nach unten geöffneten Normalparabel p_3 an, die keinen Schnittpunkt mit der Parabel p_1 hat. 6

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

7. Ersetzen Sie die Platzhalter [ ] durch „=“ oder „≠“ und schreiben Sie die vollständigen Ausdrücke auf Ihr Lösungsblatt. Es gilt immer: $x \neq 0$

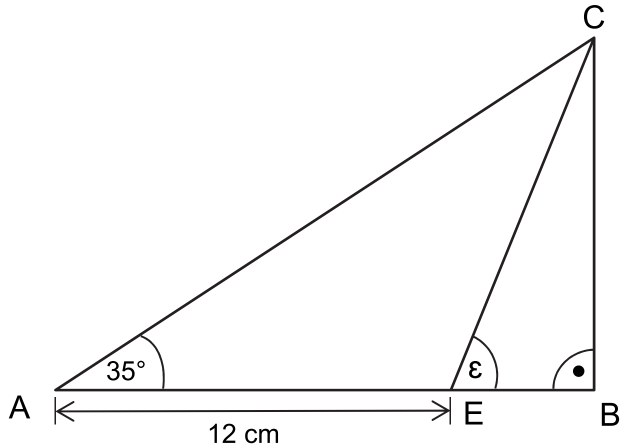
a) $2x\sqrt{6x^2}$ [ ] $x\sqrt{3}$ b) $\frac{x^{-2}}{x^{-3}} \cdot \sqrt{3}$ [ ] $x\sqrt{3}$ 2

8. In einem Losbehälter befinden sich 60 Lose, davon sind 15 Gewinnlose (G), der Rest Nieten (N). Frau Stenzel zieht zwei Lose und öffnet sie nacheinander.

a) Erstellen Sie ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei den zwei gezogenen Losen genau ein Gewinn dabei ist. 3

9. Im abgebildeten Dreieck ABC (siehe Skizze) gilt folgendes Verhältnis:
$\overline{EB} : \overline{BC} = 1 : 3$

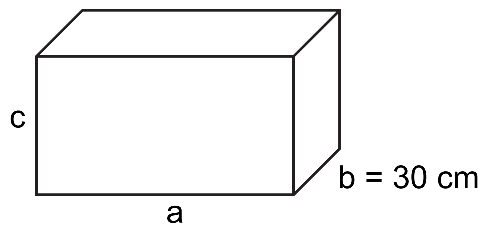


Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

a) Berechnen Sie die Größe des Winkels ε.
b) Berechnen Sie den Umfang des Dreiecks AEC.

Hinweis: Es ist sinnvoll, Zwischen- und Endergebnisse auf zwei Dezimalstellen zu runden. 5

10. Lisas Aquarium ist doppelt so lang wie hoch (siehe Skizze).



Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

Lisa füllt das Aquarium bis 10 cm unter den Rand mit Wasser und braucht dafür 72 Liter. Ermitteln Sie rechnerisch die Länge a und die Höhe c des Aquariums. 4

Summe: 45

Aufgabengruppe II

Punkte

1. Die Gerade g_1 verläuft durch die Punkte A (2 | 4) und B (–6 | 8).

   a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von g_1 rechnerisch.

   b) Die Gerade g_2 hat die Funktionsgleichung $y = -0{,}5x - 2$.
   Die Gerade g_3 geht durch den Punkt C (4 | 5) und steht senkrecht auf g_2.
   Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von g_3.

   c) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts N der Geraden g_2 mit der x-Achse.

   d) Der Punkt D (–15 | y) liegt auf der Geraden g_2.
   Berechnen Sie die y-Koordinate des Punktes D.

   e) Die Gerade g_4 mit der Funktionsgleichung $y = x + 1$ schneidet die Gerade g_2 im Punkt E. Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes E.

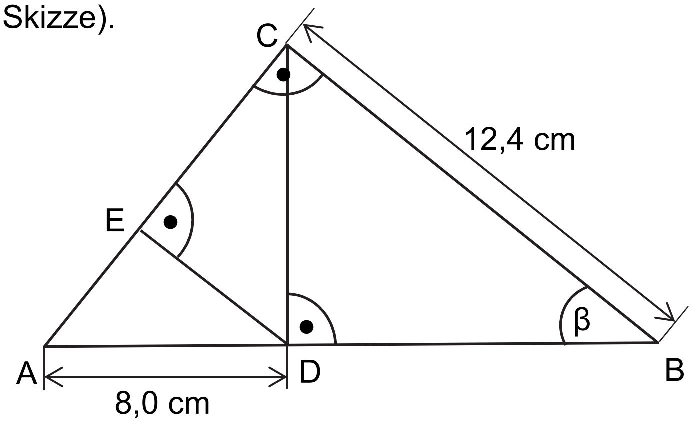
   f) Zeichnen Sie die Geraden g_2, g_3 und g_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 8

2. Geben Sie die Definitionsmenge der folgenden Gleichung an und berechnen Sie deren Lösungsmenge.

$$\frac{2x-1}{x} - \frac{3+x}{3-x} = -\frac{3}{x} + 2$$

4

3. In einem rechtwinkligen Dreieck ABC sind die Längen der Strecken [AD] und [BC] bekannt (siehe Skizze).



Hinweis:
Skizze nicht
maßstabsgetreu

   a) Berechnen Sie die Länge der Strecke [BD].

   b) Ermitteln Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC rechnerisch.
   Hinweis: Rechnen Sie mit $\overline{BD} = 9{,}0\,\text{cm}$.

   c) Berechnen Sie die Größe des Winkels β.

   d) Ermitteln Sie rechnerisch den Umfang des Dreiecks ADE.
   Hinweis: Es ist sinnvoll, Zwischen- und Endergebnisse auf eine Dezimalstelle zu runden. 6

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

4. Die nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte A (2 | 3) und B (4 | –1).

   a) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform.

   b) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt S_2 (3 | 4). Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

   c) Die Normalparabel p_3 hat die Funktionsgleichung $y = x^2 + 2x - 3$. Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von p_3 mit der x-Achse.

   d) Die Normalparabel p_4 hat die Funktionsgleichung $y = -x^2 + 2x + 5$. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte C und D der Parabeln p_3 und p_4.

   e) Bestimmen Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_3 der Parabel p_3 rechnerisch.

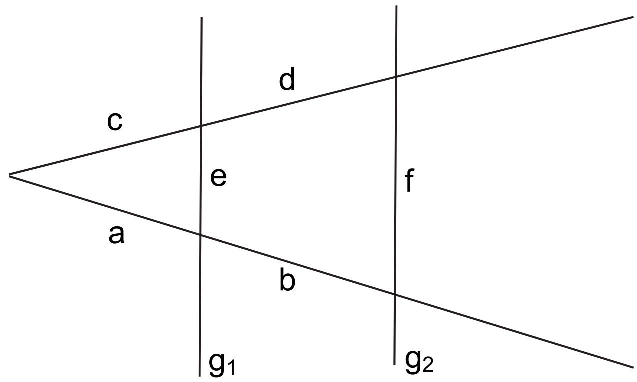
   f) Zeichnen Sie p_3 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm. 7

5. Schreiben Sie die folgenden Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt und ersetzen Sie die Platzhalter [ ] so, dass die Streckenverhältnisse richtig wiedergegeben werden. Es gilt: $g_1 \parallel g_2$

   a) $\frac{c}{a} = \frac{d}{[\ ]}$

   b) $\frac{f}{[\ ]} = \frac{a + b}{a}$

   c) $\frac{c + d}{c} = \frac{[\ ]}{a}$ 3



6. Das radioaktive Element Strontium-90 hat eine Halbwertszeit von 20 Jahren.

   a) Wie viele Milligramm Strontium-90 sind bei einer Ausgangsmenge von 500 mg nach 80 Jahren noch vorhanden? Berechnen Sie.

   b) Ermitteln Sie rechnerisch, nach wie vielen Jahren von 500 mg Strontium-90 nur noch 1 mg vorhanden ist.

   c) Berechnen Sie den durchschnittlichen jährlichen Zerfall von Strontium-90 in Prozent. 4

Fortsetzung nächste Seite

Punkte

7. Bei einem Kugelstoßwettbewerb ist für Männer eine 6 kg schwere Kugel vorgesehen.
$1\ cm^3$ der Kugel wiegt 7,5 Gramm.

a) Berechnen Sie den Durchmesser dieser Kugel.

b) Frauen verwenden eine leichtere Kugel. Die Volumina der beiden Kugeln stehen im Verhältnis 2 : 3.
Berechnen Sie den Durchmesser der leichteren Kugel.

Hinweis: Es ist sinnvoll, Zwischen- und Endergebnisse auf eine Dezimalstelle zu runden. 3

8. Bei einem Preisrätsel für die Jahrgangsstufe 9 einer Mittelschule haben 7 Jugendliche der Klasse 9a, 12 Jugendliche der Klasse 9b sowie 11 Jugendliche der Klasse 9c die richtige Lösung abgegeben. Unter diesen werden zwei Preise verlost.

a) Mit welchen Wahrscheinlichkeiten verteilen sich die beiden Preise auf die drei Klassen?
Erstellen Sie ein Baumdiagramm und beschriften Sie die Äste mit den jeweiligen Wahrscheinlichkeiten.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass beide Preise an Jugendliche der Klasse 9a gehen.

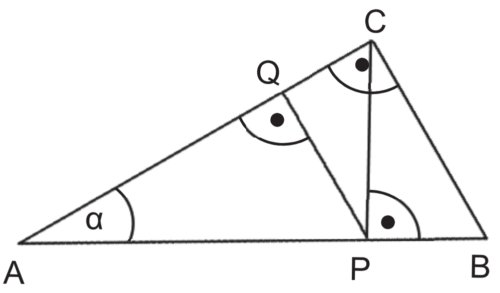
c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Schülerinnen und Schüler der Klasse 9c keinen Preis erhalten. 4

9. Folgende Gleichungen stellen Binome dar.
Ersetzen Sie die Platzhalter und schreiben Sie die vollständigen Gleichungen auf Ihr Lösungsblatt. (? → Rechenzeichen; $\boxed{?}$ → Term)

a) $(4ab - 6\boxed{?})^2 = \boxed{?}\,a^2b^2\ ?\ \boxed{?}\,abc^2d^2 + 36c^4d^4$

b) $(\boxed{?} - 25c^2) \cdot (\boxed{?} + 25c^2) = 196a^2\ ?\ \boxed{?}$ 4

10. Notieren Sie auf Ihrem Lösungsblatt, ob die jeweilige Behauptung richtig (r) oder falsch (f) ist.



a) $\overline{BC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AP}$

b) $\sin\alpha = \overline{CP} : \overline{AC}$

c) $\cos\alpha \cdot \overline{AP} = \overline{QP}$

d) $\triangle$ ABC ist ähnlich $\triangle$ BCP 2

Summe: **45**